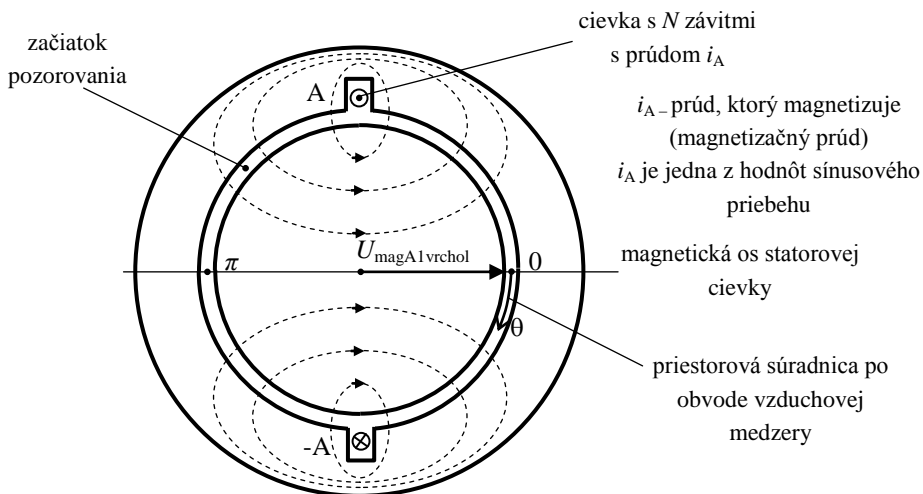


### 3.3 Analytické riešenie točivého magnetického poľa

#### 3.3.1 Magnetické napätie jednej sústredenej cievky

Analyzujeme magnetické napätie jednej sústredenej cievky s  $N$  závitmi, ktorou preteká prúd  $i_A = I_{A\max} \sin(\omega_1 t)$ . (Index „1“ znamená, že uvažujeme len základnú (prvú) harmonickú prúdu, resp. treba povedať, že prúd je harmonický. Výraz pre harmonický prúd možno napísať pomocou sínusovej, alebo kosínusovej funkcie:  $i_A = I_{\max A} \cos \omega_1 t$  .

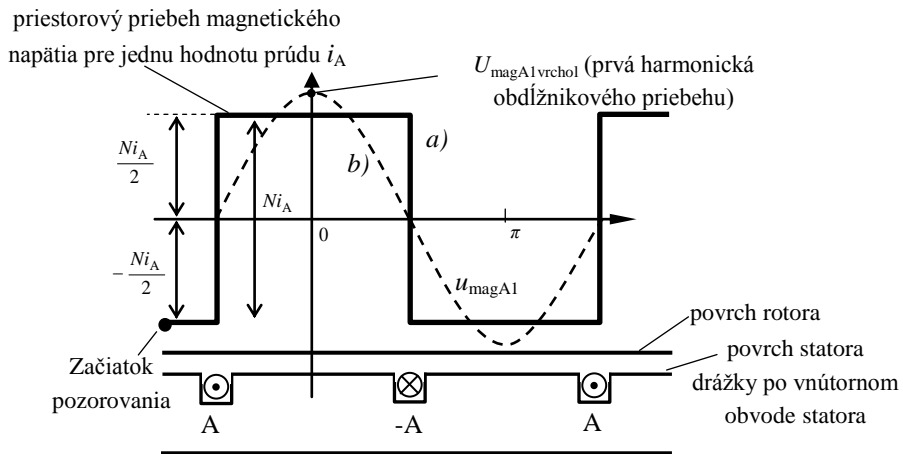
Na obr. 3.3.1 je priečný rez dvoj pólového ( $2p=2$ ) striedavého elektrického stroja so zobrazením len dvoch drážok na statore, v ktorých je uložená uvažovaná cievka s plným krokom rovným  $\tau_p = \pi = 180^\circ \text{el}$ . Podľa naznačeného smeru prúdov vo vodičoch cievky sa vytvorí magnetické napätie  $u_{\text{mag}}$ , ktoré je úmerné magnetickému poľu s naznačeným smerom magnetických siločiar  $\Phi$ , ale aj intenzite magnetického poľa  $H$ , aj magnetickej indukcii  $B$ , lebo tieto veličiny sú navzájom viazané cez konštanty a rozmery magnetického obvodu. V ďalšom riešime vyjadrenie pre magnetické napätie.



Obr. 3.3.1 Priečný rez dvoj pólového stroja so sústrednou cievkou ( $q=1$ ), s plným krokom a  $N$ -závitmi, ktorou preteká prúd  $i_A$

Na obr. 3.3.2 je priebeh magnetického napätia po obvode vzduchovej medzery, ak je vzduchová medzera rozvinutá do roviny. Na obr. 3.3.1 je naznačený bod, kde magnetické napätie začíname sledovať v smere priestorovej súradnice  $\theta$ . V tomto bode je hodnota magnetického napätia pre nás neznáma, až kým sa nedostaneme k drážke, v ktorej je  $N$  závitov pretekaných prúdom  $i_A$ . V tomto bode sa magnetické napätie zmení o  $Ni_A$  napr.

smerom hore. Táto hodnota magnetického napätia sa nemení, až kým sa nedostaneme k ďalšej drážke, v ktorej je opäť  $N$  závitov s prúdom  $i_A$ , ale opačného smeru. Preto hodnotu magnetického napätia zmeníme opačným smerom, t. j. dolu, o rovnakú hodnotu  $Ni_A$ . Pri ďalšom pohybe po obvode vzduchovej medzery sa hodnota magnetického napätia nemení, až sa dostaneme do východzieho bodu. Tento priebeh je súmerný podľa osi  $\theta$ , s amplitúdou  $Ni_A/2$ . Ako z obr. 3.3.2a vidno, priebeh magnetického napätia je neharmonický (v tomto prípade obdĺžnikový), preto ho treba Fourierovou analýzou rozložiť na harmonické zložky.



Obr. 3.3.2 Priebeh magnetického napätia sústredenej cievky s  $N$ -závitmi po obvode vzduchovej medzery. a) skutočný obdĺžnikový priebeh, b) základná (prvá) harmonická obdĺžnikového priebehu

Základná (prvá) harmonická zložka (index „1“) má podľa Fourierovho rozvoja pre ľubovoľnú hodnotu prúdu zo sínusového priebehu fázy A amplitúdu (označíme ju indexom „vrchol“, lebo index „max“ si necháme pre hodnotu prúdu  $I_{max}$  - pozri obr. 3.3.3)

$$U_{\text{magvrcholA1}} = \frac{4}{\pi} \frac{Ni_A}{2}$$

Potom okamžitá hodnota magnetického napätia po obvode vzduchovej medzery (súradnica  $\theta$ ) je

$$u_{\text{magA1}} = \frac{4}{\pi} \frac{Ni_A}{2} \cos \theta$$

Ak je vinutie cievky (fázy) A rozložené do viacerých drážok, t. j.  $q > 1$ , treba uvažovať s koeficientom vinutia  $k_v$ :

$$u_{\text{mag}A1} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}i_A}{2} \cos \theta$$

V 2p-pólovom stroji ( $2p > 2$ ) je magnetické napätie na jeden pól:

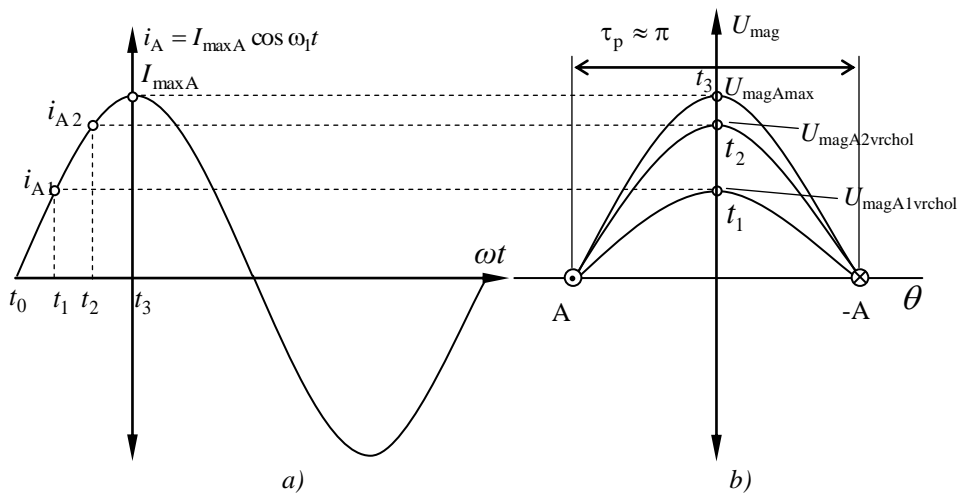
$$u_{\text{mag}A1} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}i_A}{2p} \cos \theta$$

Ak teraz dosadíme za okamžitú hodnotu prúdu  $i_A = I_{A\text{max}} \sin \omega_1 t$  (uvažujeme časovo čisto harmonický priebeh, čiže je to zároveň základná (prvá) harmonická), dostaneme výraz:

$$u_{\text{mag}A1} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}I_{A\text{max}}}{2p} \sin \omega_1 t \cos \theta = U_{\text{mag}A1\text{vrchol}} \cos \theta$$

Pri amplitúde prúdu  $I_{\text{max}}$  dosahuje magnetické napätie svoju maximálnu hodnotu:

$$U_{\text{mag}A1\text{max}} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} I_{\text{max}A} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} \sqrt{2} I_A$$



Obr. 3.3.3 Súvislosť medzi okamžitou hodnotou prúdu a priestorovým rozložením magnetického napätia po obvode vzduchovej medzery. Na obrázku vidno, že pre každú okamžitú hodnotu prúdu má magnetické napätie v priestore tvar vlny s najväčšou hodnotou označenou indexom „vrchol“ a najväčšiu možnú hodnotu dosahuje pri  $I_{\text{max}}$  kedy je amplitúda magnetického napätia označená  $U_{\text{mag}A\text{max}}$  a) Časový priebeh magnetizačného prúdu a b) ním vyvolané priestorové rozloženie základnej harmonickkej magnetického napätia.

Z obr. 3.3.3 vidno, že magnetické napätie (a tým aj magnetický tok, magnetická indukcia, magnetická intenzita) vyvolané prúdom vo fáze A je pulzujúce. Teraz budeme skúmať magnetické napätie všetkých troch fáz.

### 3.3.2 Magnetické napätie trojfázového rozloženého vinutia

Postupne napíšeme príspevky od jednotlivých fáz, pričom vyjadríme, že magnetické napätie je funkciou času a priestoru. Zatiaľ uvažujeme len základnú harmonickú magnetického napätia:

Príspevok od fázy A:

$$i_A = I_{\max A} \cos \omega_1 t$$

$$u_{\text{mag}A1}(t, \theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} I_{\max A} \cos \omega_1 t \cos \theta = U_{\text{mag}v\text{rcho}1A1} \cos \theta = U_{\text{mag} \max A1} \cos \omega_1 t \cos \theta$$

Príspevok od fázy B:

$$i_B = I_{\max B} \cos(\omega_1 t - 120^\circ)$$

$$u_{\text{mag}B1}(t, \theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} I_{\max B} \cos(\omega_1 t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) =$$

$$= U_{\text{mag} \max B1} \cos(\omega_1 t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ)$$

Príspevok od fázy C:

$$i_C = I_{\max C} \cos(\omega_1 t - 240^\circ)$$

$$u_{\text{mag}C1}(t, \theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} I_{\max C} \cos(\omega_1 t - 240^\circ) \cos(\theta - 240^\circ) =$$

$$= U_{\text{mag} \max C1} \cos(\omega_1 t - 240^\circ) \cos(\theta - 240^\circ)$$

Pri podrobnej analýze priebehu magnetického napätia podľa obr. 3.3.3 by sme videli, že aj fázy B a C tvoria pulzujúce vlny, ale priestorovo posunuté o  $120^\circ$  a  $240^\circ$  oproti vlně vytvorenej fázou A.

Výsledné magnetické napätie všetkých troch fáz dostaneme sčítaním magnetických napätí od jednotlivých fáz:

$$u_{\text{mag}1}(t, \theta) = u_{\text{mag}1A}(t, \theta) + u_{\text{mag}1B}(t, \theta) + u_{\text{mag}1C}(t, \theta)$$

Ak uvažujeme súmernú trojfázovú sústavu, tak

$$I_{\max A} = I_{\max B} = I_{\max C} = I_{\max}$$

$$U_{\text{mag} \max A1} = U_{\text{mag} \max B1} = U_{\text{mag} \max C1} = U_{\text{mag} \max 1}$$

$$u_{\text{mag}1}(t, \theta) =$$

$$= U_{\text{mag} \max 1} [\cos \omega_1 t \cos \theta + \cos(\omega_1 t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) + \cos(\omega_1 t - 240^\circ) \cos(\theta - 240^\circ)]$$

Po úprave na základe goniometrických funkcií

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

dostaneme:

$$\begin{aligned}
 u_{\text{mag}1}(t, \theta) &= \\
 &= \frac{1}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{1}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta + \omega_1 t) + \\
 &+ \frac{1}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{1}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta + \omega_1 t - 240^\circ) + \\
 &+ \frac{1}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{1}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta + \omega_1 t - 480^\circ)
 \end{aligned}$$

Na pravej strane sú tri kosínusové členy  $\cos(\theta + \omega_1 t)$ ,  $\cos(\theta + \omega_1 t - 240^\circ)$ ,  $\cos(\theta + \omega_1 t - 480^\circ)$  posunuté o  $120^\circ$ , lebo posun o  $480^\circ$  je totožný s posunom o  $120^\circ$ . Preto ich súčet je rovný nule a celkové magnetické napätie dostaneme ako súčet troch členov s argumentom  $\cos(\theta - \omega_1 t)$ , čiže:

$$u_{\text{mag}1}(t, \theta) = \frac{3}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta - \omega_1 t)$$

kde

$$U_{\text{mag max}1} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} I_{\text{max}} = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} \sqrt{2} I$$

Preto vzťah pre okamžitú hodnotu magnetického napätia na pól je nasledujúci:

$$\begin{aligned}
 u_{\text{mag}1}(t, \theta) &= \frac{3}{2} U_{\text{mag max}1} \cos(\theta - \omega_1 t) = \\
 &= \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{2p} \sqrt{2} I \cos(\theta - \omega_1 t) = \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{p} \sqrt{2} I \cos(\theta - \omega_1 t)
 \end{aligned}$$

Je to rovnica harmonickej vlny, ktorá vyjadruje, že v každom čase  $t$  všetky tri fázy prispievajú k výslednému magnetickému napätiu v každom bode  $\theta$ . Je to postupná vlna, rýchlosť ktorej určíme takouto úvahou: vždy existuje taká súradnica  $\theta$ , v ktorej je práve amplitúda tejto vlny, t. j.

$$\cos(\theta - \omega_1 t) = 1$$

Čiže

$$\theta - \omega_1 t = 0$$

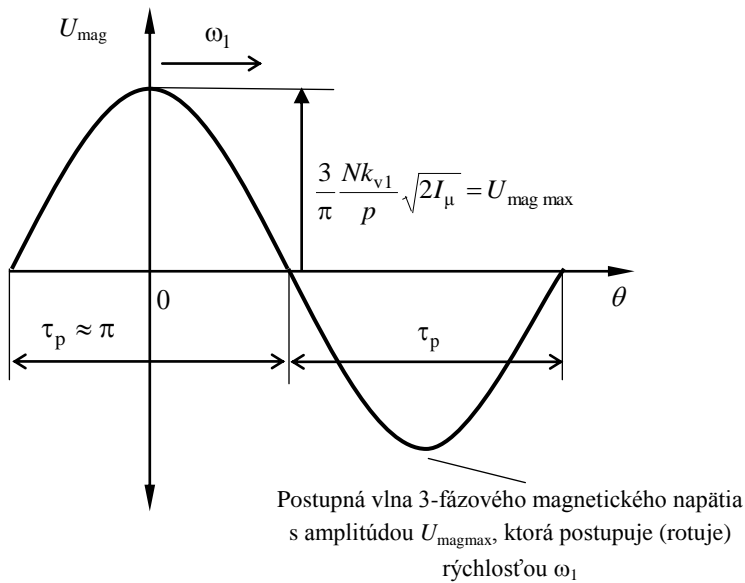
$$\theta = \omega_1 t$$

$$\frac{\theta}{t} = \omega_1 = 2\pi f_1$$

Rýchlosť postupu vlny  $\frac{\theta}{t} = \omega_1$  je synchronná rýchlosť s frekvenciou  $f_1$  napájacieho prúdu. Elektrická uhlová rýchlosť postupu (točenia) je  $\omega_1 = 2\pi f_1$  a mechanická uhlová rýchlosť (v mechanických radiánoch)

$$\Omega_1 = \frac{\omega_1}{p} = \frac{2\pi f_1}{p}$$

Inými slovami, magnetické napätie trojfázového elektrického striedavého stroja je točivé a točivé je aj magnetické pole, magnetická indukcia a intenzita magnetického poľa, lebo ako je známe z teoretickej elektrotechniky, tieto veličiny sú medzi sebou viazané pevným vzťahom cez konštanty.



Obr. 3.3.4 Ilustračné znázornenie postupu amplitúdy magnetického napätia vo vzduchovej medzere po priestorovej súradnici  $\theta$ , rýchlosťou  $\omega_1$ .

### 3.3.3 Magnetické napätie priestorových harmonických zložiek

Vyjadríme magnetické napätie  $u$ -tej priestorovej harmonickkej (závislej od priestorovej súradnice  $\theta$ ) v jednotlivých fázach:

$$u_{\text{magAv}}(t, \theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v\upsilon}}{2p\upsilon} \sqrt{2} I \cos(\omega_1 t) \cos \upsilon \theta$$

$$u_{\text{magBv}}(t, \theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v\upsilon}}{2p\upsilon} \sqrt{2} I \cos(\omega_1 t - 120^\circ) \cos \upsilon (\theta - 120^\circ)$$

$$u_{\text{magCv}}(t, \theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Nk_{v\upsilon}}{2p\upsilon} \sqrt{2} I \cos(\omega_1 t - 240^\circ) \cos \upsilon (\theta - 240^\circ)$$

Po podobnej úprave ako pre základnú harmonickú dostaneme výraz [3], pre výsledné magnetické napätie nasledujúco:

$$u_{\text{magv}}(\theta, t) = \frac{3}{\pi} \frac{N\sqrt{2}I}{p} \left[ k_{v1} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{k_{v5}}{5} \cos(5\theta + \omega_1 t) + \frac{k_{v7}}{7} \cos(7\theta - \omega_1 t) + \frac{k_{v11}}{11} \cos(11\theta + \omega_1 t) + \dots \right] + \frac{k_{v\upsilon}}{\upsilon} \cos(\upsilon \theta \pm \omega_1 t)$$

Čiže amplitúda točivého magnetického napätia  $\upsilon$ -tej vlny je

$$U_{\text{magmaxv}} = \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{v\upsilon}}{p\upsilon} \sqrt{2} I$$

Ako z predchádzajúcej rovnice vidno, harmonické rádu troch a ich násobkov sa v točivej vlne nevyskytujú. Vyskytujú sa len nepárne vlny rádu (ak neuvažujeme otvorenie drážok)

$$\nu = 2kn \pm 1 = 6k \pm 1$$

kde  $k=0,1,2,\dots$

Z toho vyplýva, že aj priestorové harmonické zložky vytvárajú točivé polia, ale každá harmonická s inou rýchlosťou. Ich rýchlosť dostaneme podobnou úvahou ako pre základnú harmonickú tak, že hľadáme miesto, kde je práve jej amplitúda. Tak napr. pre piatu harmonickú bude jej amplitúda v mieste, kde

$$\cos(5\theta + \omega_1 t) = 1$$

$$5\theta + \omega_1 t = 0$$

$$\frac{\theta}{t} = -\frac{\omega_1}{5} = \omega_5$$

Z toho vyplýva, že piata priestorová harmonická vlna sa točí päťtinovou rýchlosťou synchronnej rýchlosti základnej harmonickej a v opačnom zmysle. Podobne by sme dostali pre siedmu harmonickú, že:

$$\frac{\theta}{t} = +\frac{\omega_1}{7} = \omega_7$$

Siedma harmonická sa točí v tom istom zmysle ako synchronná, ale sedminovou rýchlosťou. Všeobecne pre  $\nu$ -tu harmonickú platí:

$$\omega_\nu = \pm \frac{\omega_1}{\nu}$$

kde znamienko + platí pre harmonické rádu  $\nu = 6k+1$ , t. j. 1,7,13,19,... (točia súhlasne s prvou)

a znamienko – pre harmonické rádu  $\nu = 6k - 1$ , t. j. 5,11,17,...(točia opačne ako prvá)

### 3.3.4 Určenie magnetizačného prúdu striedavých strojov s trojfázovým vinutím

V kap. 3.3.1 sme analyzovali magnetické napätie jednej sústredenej cievky s  $N$  závitmi, ktorou preteká prúd  $i = I_{\max} \sin \omega_1 t$ . Tento prúd je prúdom magnetizačným, lebo jeho úlohou je magnetizovať magnetický obvod, t. j. vytvoriť v ňom magnetické pole. Preto je vhodné, aby sme ho označili ako magnetizačný, podobne ako v transformátoroch. S jeho efektívnou hodnotou  $I_\mu$  bude vzťah pre okamžitú hodnotu magnetického napätia na jeden pól takýto (pozri kap.3.3.2):

$$u_{\text{mag}1}(\theta, t) = \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{p} \sqrt{2} I_\mu \cos(\theta - \omega_1 t)$$

Amplitúda tohto magnetického napätia na pól je:

$$\frac{3}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{p} \sqrt{2} I_\mu$$

a na pólovú dvojicu, čiže na magnetizáciu celého obvodu, t. j. severného aj južného pólu (v označení pridáme index „1“ na označenie základnej harmonickej a „ $\mu$ “ na označenie „magnetizačný“)

$$U_{\text{magmax}1\mu} = 2 \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{v1}}{p} \sqrt{2} I_\mu = 2,7 \frac{Nk_{v1}}{p} I_\mu$$

Z tohto vzťahu vypočítame efektívnu hodnotu magnetizačného prúdu, ktorým sa vytvorí potrebné magnetické napätie:

$$I_\mu = \frac{p U_{\text{magmax}1\mu}}{2,7 Nk_{v1}}$$

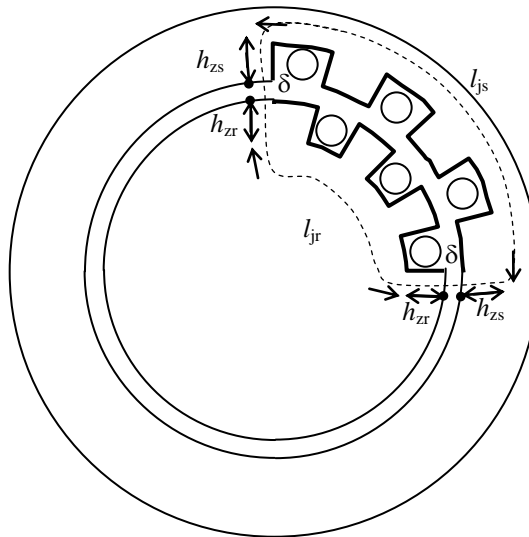
Tento magnetizačný prúd je významnou zložkou prúdu naprázdno, tak, ako je to známe aj z teórie transformátorov:

$$I_0 = \sqrt{I_\mu^2 + I_{\text{Fe}}^2}$$



Na to, aby sme mohli magnetizačný prúd vypočítať, musíme poznať magnetické napätie, ktoré je potrebné na magnetizovanie uzavretého magnetického obvodu jednej pólovej dvojice  $U_{\text{mag max } l_{\mu}}$ . Táto hodnota sa získava v rámci návrhu stroja a jeho rozmerov a tu uvedieme len stručný postup na jeho určenie:

Na obr. 3.3.5 je priečný rez striedavého trojfázového elektrického stroja s drážkovaným vnútorným obvodom statora a vonkajším obvodom rotora. Takto napr. vyzerá priečný rez indukčného stroja. Postup je podobný, ako sme aplikovali pri jednosmerných strojoch.



Obr. 3.3.5 Priečný rez trojfázového štvorpólového indukčného stroja a jednotlivé úseky jeho magnetického obvodu

Vychádzame z 1. Maxwellovej rovnice celkového prúdu:

$$\oint \mathbf{H} dl = \sum i$$

Pri vyšetřovaní magnetického poľa elektrických strojov využívame súmernosť stroja a rozdelíme magnetický obvod na  $n$  úsekov, v ktorých možno veľkosť intenzity magnetického poľa považovať za konštantnú. Tým prejde integrácia na súčet jednotlivých úsekov (pozri obr. 3.3.5):

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = \sum_{k=1}^n \Delta U_{\text{mag } k} = U_{\text{mag max } l_{\mu}}$$

kde  $k=\delta, zr, jr, zs, js$  sú indexy pre jednotlivé úseky, vysvetlené ďalej. Celkové magnetické napätie  $U_{\text{mag max } l_{\mu}}$ , dané magnetizačným prúdom  $I_{\mu}$  a parametrami stroja ( $N$ ,

$k_v, p)$  sa rozloží na jednotlivé úseky  $\Delta U_{\text{magk}}$ . Úlohou je určiť úbytky magnetického napätia jednotlivých úsekov.

Vychádzame z daného svorkového napätia, z ktorého určíme indukované napätie a z neho magnetický tok:

$$\Phi = \frac{U_i}{\sqrt{2\pi f N k_{v1}}}$$

a ďalej magnetickú indukciu vo vzduchovej medzere:

$$B_\delta = \frac{\Phi}{\tau_p l_{\text{Fe}}}$$

K tejto hodnote magnetickej indukcie majú podľa osvedčených postupov pri návrhu strojov určitý odporúčaný vzťah magnetickej indukcie v jednotlivých úsekoch (podľa obr.3.3.5 je to magnetická indukcia v jarme statora „ $B_{js}$ “, zube statora „ $B_{zs}$ “, jarme rotora „ $B_{jr}$ “, zube rotora „ $B_{zr}$ “). Z magnetizačnej charakteristiky použitých materiálov feromagnetických dynamových elektroplechov sa určia príslušné hodnoty magnetickej intenzity  $H_{js}, H_{zs}, H_{jr}, H_{zr}$ . Tieto hodnoty s príslušnými dĺžkami magnetických obvodov tvoria úbytky magnetického napätia jednotlivých úsekov:

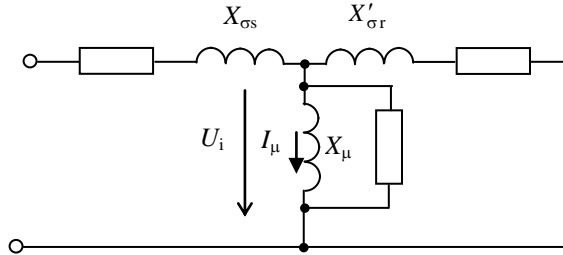
$$\sum_{k=1}^n \Delta U_{\text{magk}} = 2H_\delta \delta + 2H_{zr} h_{zr} + H_{jr} l_{jr} + 2H_{zs} h_{zs} + H_{js} l_{js} = U_{\text{magmax}1\mu}$$

Takýmto spôsobom sme určili potrebné magnetické napätie, ktoré po dosadení do už odvodeného vzťahu pre magnetizačný prúd umožní jeho výpočet.

### **3.3.5 Reaktancia točivých striedavých elektrických strojov na viacfázový prúd**

Reaktancie vinutí sú dané rozptylovou a magnetizačnou indukčnosťou. Reaktancia magnetizačnej indukčnosti je veličina, charakterizujúca hlavné magnetické pole stroja, ktorého magnetický tok je spriahnutý s vinutiami oboch členov, statora aj rotora a budeme ju počítať v kap. 3.3.5.1. Reaktanciu rozptylovej indukčnosti charakterizujú rozptylové polia, čiže magnetické toky, ktoré sú spriahnuté len so závitmi toho vinutia, ktoré ho vytvorilo.

V náhradnej schéme striedavých strojov točivých, podobne ako v prípade transformátorov (pozri obr. 3.3.6), sú pomery v stroji reprezentované magnetizačnou reaktanciou  $X_\mu$  a rozptylovou reaktanciou  $X_\sigma$ .



Obr.3.3.6 Náhradná schéma indukčného stroja

### 3.3.5.1 Magnetizačná reaktancia

Ako sme odvodili v kap. 3.3.2, amplitúda točivého magnetického napätia  $\nu$ -tej vlny je daná magnetizačným prúdom a parametrami trojfázového vinutia takto:

$$U_{\text{magna } \nu} = \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{\nu\nu}}{p\nu} \sqrt{2} I_{\mu}$$

Toto magnetické napätie vyvolá vo vzduchovej medzere amplitúdu magnetickej indukcie

$$B_{\delta\text{max } \nu} = \mu_0 H_{\delta\text{max } \nu} = \mu_0 \frac{U_{\text{magmax } \nu}}{\delta'} = \mu_0 \frac{1}{\delta'} \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{\nu\nu}}{p\nu} \sqrt{2} I_{\mu}$$

pričom  $\delta' = \delta k_C$ , kde  $k_C$  je Carterov činiteľ.

Magnetický tok  $\nu$ -tej vlny vyvolaný amplitúdou magnetickej indukcie na ploche danej rozpätím póloveho rozstupu  $\nu$ -tej vlny  $\tau_{p\nu} = \tau_{p1} / \nu$  a dĺžkou stroja  $l_{Fe}$  je

$$\Phi_{\nu} = \frac{2}{\pi} B_{\delta\text{max } \nu} \tau_{p\nu} l_{Fe} = \frac{2}{\pi} \mu_0 \frac{1}{\delta'} \frac{3}{\pi} \frac{Nk_{\nu\nu}}{p\nu} \sqrt{2} I_{\mu} \frac{\tau_{p1}}{\nu} l_{Fe}$$

Týmto tokom sa indukuje napätie  $\nu$ -tej vlny:

$$U_{i\nu} = \sqrt{2} \pi f_1 \Phi_{\nu} Nk_{\nu\nu} = \sqrt{2} \pi f_1 \left( \frac{Nk_{\nu\nu}}{\nu} \right)^2 \frac{\mu_0}{\delta'} \sqrt{2} I_{\mu} \frac{6\tau_{p1}}{p\pi^2} l_{Fe}$$

Indukované napätie vidíme na priečnej vetve náhradnej schémy (obr. 3.3.6), ktoré je vytvorené magnetizačným prúdom  $I_{\mu}$  na magnetizačnej reaktancii  $X_{\mu}$ . Preto výraz pre magnetizačnú reaktanciu  $\nu$ -tej vlny dostaneme tak, že predchádzajúci výraz pre indukované napätie podelíme magnetizačným prúdom:

$$X_{\mu\nu} = \frac{U_{i\nu}}{I_{\mu}} = \frac{12}{\pi} \mu_0 f_1 \left( \frac{Nk_{\nu\nu}}{\nu} \right)^2 \frac{\tau_{p1} l_{Fe}}{p\delta'}$$

Pre základnú (prvú) harmonickú je magnetizačná reaktancia daná týmito parametrami vinutia a rozmermi stroja:

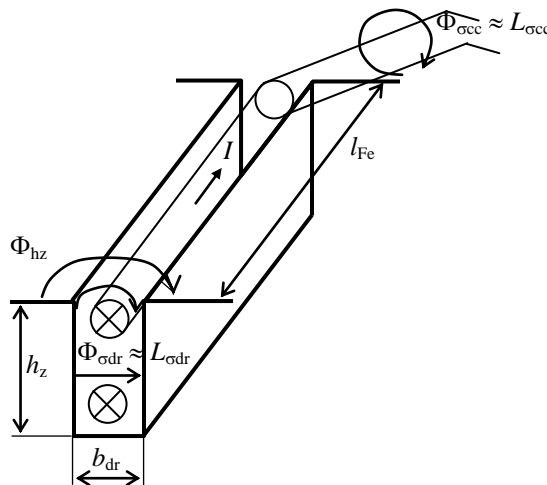
$$X_{\mu 1} = \frac{U_{i1}}{I_{\mu}} = \frac{12}{\pi} \mu_0 f_1 (Nk_{v1})^2 \frac{\tau_p l_{Fe}}{p \delta'}$$

Tento vzťah ukazuje, ako s veľkosťou vzduchovej medzery klesá vzájomná väzba medzi satorom a rotorom, čím sa magnetizačná reaktancia znižuje. Rovnako vidno závislosť od počtu pólov, dĺžky stroja, póloveho rozstupu a počtu závitov.

### 3.3.5.2 Rozptylová reaktancia

Rozptylové magnetické toky každého vinutia, a teda aj výpočet rozptylových reaktancií sa delia na tri zložky: rozptylový tok v drážke, v čelách vinutia a diferenčný rozptylový tok (pozri obr. 3.3.7). Pre každý z týchto tokov sa vypočítajú činitele magnetickej vodivosti

$\lambda = \frac{\Lambda}{\mu_0 l_{Fe}} \text{ [H m}^{-1}\text{]}$ , t. j. magnetickej vodivosti  $\Lambda$  vzťahnuté na magneticкую permeabilitu vákuu a jednotku dĺžky stroja  $l_{Fe}$ .



Obr. 3.3.7 Ilustračný obrázok rozptylových tokov vo vinutí satora striedavého stroja

a) Drážková rozptylová indukčnosť cievky s  $N_c$  závitmi je

$$L_c = 2N_c^2 \mu_0 l_{Fe} \lambda_{dr}$$

kde  $\lambda_{dr}$  je činiteľ magnetickej vodivosti

$$\lambda_{dr} = \frac{\Lambda}{\mu_0 I_{Fe}} = \frac{\mu_0 h l_{Fe}}{b} \frac{1}{\mu_0 I_{Fe}} \approx \frac{h}{b}$$

Presný vzťah závisí od konkrétneho tvaru drážky. Napr. v oblasti drážky, kde sú uložené vodiče by to bolo  $h/(3b)$  a v oblasti klinu  $h/b$ . V oblasti čiel vinutia je v súčasnosti možno riešiť činiteľ rozptylu pomocou 3D Metódy konečných prvkov.

Drážková rozptylová reaktancia jednej fázy s  $pq$  cievkami, ak indukčnosť jednej cievky je  $L_c$  (jedna cievka je v dvoch drážkach, preto je tam násobok 2), je

$$X_{dr} = \omega_1 pq L_c = 2\pi f_1 pq 2l_{Fe} N_c^2 \mu_0 \lambda_{dr} = 4\pi f_1 pq l_{Fe} N_c^2 \mu_0 \lambda_{dr}$$

kde počet závitov jednej cievky je  $N_c$ .

Ak to vyjadríme počtom závitov jednej fázy  $N$ :

$$N = pq N_c$$

tak výsledný vzťah je

$$X_{dr} = 4\pi f_1 \mu_0 \frac{N^2}{pq} l_{Fe} \lambda_{dr}$$

#### b) Rozptylová reaktancia čiel

Túto reaktanciu by sme mohli počítať podobne ako drážkovú, ale reaktancia čiel vinutia je daná nielen indukčnosťami jednotlivých cievok, ale aj vzájomnou indukčnosťou čiel všetkých cievok vinutí. To značne komplikuje výpočet, pretože rozptylové pole v priestore čiel vinutí je oveľa zložitejšie ako v drážkach. Vodiče v čelách sú uložené zložitým spôsobom, usporiadanie feromagnetických častí v okolí čiel je v rôznych typoch strojov rôzne a magnetická väzba má zložitý charakter. Preto v praktických výpočtoch sa činiteľ  $\lambda$  počíta podľa empirických vzťahov, získaných na základe veľkého množstva experimentálnych meraní pre rôzne typy a usporiadania vinutí, napr. podľa literatúry [4], [5] takto:

$$\lambda_{cc} = 0,34 \frac{q}{l_{Fe}} (l_{cc} - 0,64\beta\tau_p)$$

kde  $l_{cc}$  je dĺžka čela cievky,  $\beta$  je pomerné skrátenie kroku,  $\tau_p$  je pólový rozstup.

#### c) Činiteľ magnetickej vodivosti diferenčného rozptylu $\lambda_{dif}$

Magnetické pole v elektrickom stroji je neharmonické, takže pri jeho analýze ho rozložíme Fourierovou analýzou na základnú a vyššie harmonické zložky. Rozdiel medzi celkovým magnetickým poľom a jeho základnou harmonickou sa vyjadruje pomocou tzv. diferenčného rozptylu.

Diferenčný rozptyl je iba dohovoreným pojmom, ktorým sa vyjadruje zmenšenie indukovaného napätia vplyvom harmonických zložiek v krivke magnetickeho toku. Tieto

harmonické zložky sa nepodieľajú ani na tvorbe užitočného elektromagnetického momentu, (t. j. momentu základnej, čiže prvej harmonickej), ani na indukovanom napätí základnej harmonickej. Magnetický spriahnutý tok týchto póli so závitmi vinutí určitým spôsobom zväčšuje rozptylovú reaktanciu vinutí, (čiže väčšia reaktancia spôsobí väčší úbytok napätia a indukované napätie bude menšie), čo sa zohľadňuje činiteľom magnetickej vodivosti diferenčného rozptylu  $\lambda_{\text{dif}}$ . Jeho hodnota závisí od geometrických rozmerov vzduchovej medzery, počtu drážok na pól a fázu  $q$ , otvorenia drážok, drážkových rozstupov, aj od ďalších faktorov.

Napr. pre synchronné stroje je v literatúre [5] uvedený vzťah:

$$\lambda_{\text{dif}} = 0,03 \frac{\tau_p \alpha}{\delta k_C q}$$

kde  $\alpha$  je činiteľ póloveho krytia, ostatné veličiny sú známe.

Potom celkový činiteľ magnetickej vodivosti je súčet všetkých činiteľov magnetickej vodivosti:

$$\lambda = \lambda_{\text{dr}} + \lambda_{\text{cc}} + \lambda_{\text{dif}}$$

a celková rozptylová reaktancia jednej fázy statorového vinutia je:

$$L_{\sigma s} = 2\mu_0 \frac{N_s^2}{pq} l_{Fe} \lambda$$

a rozptylová reaktancia statorového vinutia je:

$$X_{\sigma s} = 2\pi f_s L_{\sigma s}$$